

数 学

次の にあてはまるものを解答欄にマークせよ。

必答問題

1.

- (1) 自然数全体を全体集合とし、その部分集合 A , B , C を

$$A = \{2, 4, 5, 7, 8, 11, 14, 16, 19, 23\}$$

$$B = \{h, h + 3\}$$

$$C = \{k, k \times 2\}$$

とすると、 $A \cap (B \cup C)$ となる自然数 h, k は $h = k =$, , である。

ただし、 $<$ $<$ とする。

- (2) $OA = 4$, $AB = 9$, $\angle OAB = 60^\circ$ の $\triangle OAB$ がある。頂点 O から直線 AB に引いた垂線と

直線 AB との交点を H とする。このとき、ベクトル \overrightarrow{OH} を \overrightarrow{OA} と \overrightarrow{OB} を用いて表すと、

$$\overrightarrow{OH} = \frac{\text{エ}}{\text{オ}} \overrightarrow{OA} + \frac{\text{カ}}{\text{キ}} \overrightarrow{OB}$$

である。

- (3) x の 3 次関数 $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ (a, b, c, d は定数) が

$f(1) = 3$, $f(2) = 11$, $f'(1) = 3$, $f'(2) = 15$ を満たすとき、

$$a = \text{ク}, \quad b = \text{ケコ}, \quad c = \text{サ}, \quad d = \text{シ}$$

である。

必答問題

2.

(1) $(x-1)(x-2)(x^2+x+1)(x^2+2x+4)$ の式を展開すると,

$$x^{\boxed{\text{ス}}} - \boxed{\text{セ}} x^{\boxed{\text{ソ}}} + \boxed{\text{タ}}$$

となる。

(2) $(3x+2y)(3x+2y+5)-14$ の式を因数分解すると,

$$\left(\boxed{\text{チ}} x + \boxed{\text{ツ}} y - \boxed{\text{テ}} \right) \left(\boxed{\text{ト}} x + \boxed{\text{ナ}} y + \boxed{\text{ニ}} \right)$$

となる。

(3) $x + \frac{1}{x} = \sqrt{7}$ のとき,

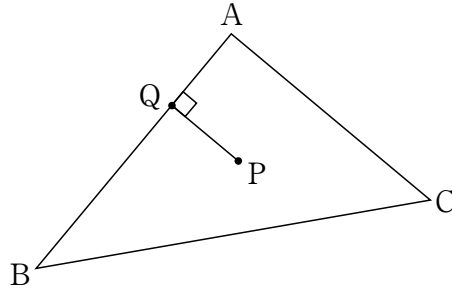
$$x^2 + \frac{1}{x^2} = \boxed{\text{ヌ}}, \quad x^3 + \frac{1}{x^3} = \boxed{\text{ネ}} \sqrt{\boxed{\text{ノ}}}, \quad x^4 + \frac{1}{x^4} = \boxed{\text{ハヒ}}$$

である。

(次の頁に問題が続きます)

必答問題

3. 図に示すように、 $\triangle ABC$ において $\angle A$, $\angle B$, $\angle C$ の二等分線の交点を P とし、点 P から辺 AB に垂線を下したときの交点を点 Q とする。また、 $AB=4$, $AC=3$ とする。



- (1) 辺 BC を AQ を用いて表すと、

$$BC = \boxed{\text{フ}} - 2AQ$$

である。

- (2) $\triangle ABC$ の面積を S とし、 AQ と PQ を用いて表すと、

$$S = PQ (\boxed{\text{へ}} - AQ)$$

である。

- (3) 一方で、面積 S は、ヘロンの公式から、辺 AB , AC , BC を用いて、以下のように求めることができる。

$$S = \sqrt{s(s-AB)(s-AC)(s-BC)} \quad \text{ただし、} \quad s = \frac{AB+AC+BC}{2}$$

よって、

$$S^2 = AQ (\boxed{\text{ホ}} - AQ) (\boxed{\text{マ}} - AQ) (\boxed{\text{ミ}} - AQ)$$

となる。ただし、 $\boxed{\text{ホ}} < \boxed{\text{マ}} < \boxed{\text{ミ}}$ とする。

- (4) よって、 AQ と PQ の関係が、

$$PQ^2 = \frac{AQ (\boxed{\text{ム}} - AQ) (\boxed{\text{メ}} - AQ)}{(\boxed{\text{モ}} - AQ)}$$

のように得られる。ただし、 $\boxed{\text{ム}} < \boxed{\text{メ}} < \boxed{\text{モ}}$ とする。

選択問題

選択問題 1 は数学Ⅲ，選択問題 2 は数学Ⅲ以外の範囲の出題である。どちらかの問題を選択し，マークシート右上の記入欄に選択した問題の番号を記入した上で，その番号をマークすること。

選択問題 1 . 楕円 $C : x^2 + \frac{y^2}{2} = 1$ について考える。

- (1) C 上の点 $\left(\frac{1}{3}, \frac{4}{3}\right)$ における接線の方程式は

$$y = \frac{\boxed{\text{ヤユ}}}{\boxed{\text{ヨ}} } x + \frac{\boxed{\text{ラ}}}{\boxed{\text{リ}} }$$

である。

- (2) x 軸上の点 $P(t, 0)$ (ただし $t > 1$) から C に引ける 2 本の接線のうち，傾きが負のものを接線 l とする。接線 l と y 軸との交点の y 座標を t を用いて表すと，

$$\sqrt{\frac{\boxed{\text{ル}}}{t^2 - \boxed{\text{レ}}}} t$$

である。

- (3) 前問(2)の接線 l と x 軸と y 軸とで囲まれた三角形が二等辺三角形になるとき，

$$t = \sqrt{\boxed{\text{ロ}}}$$

である。

選択問題 2. 点 P (2, 4) から, 円 $x^2 + y^2 = 2$ に 2 本の接線を引く。

(1) 2つの接点を A, B とすると, A, B の座標は

$$A \left(\boxed{\text{ヤユ}}, \boxed{\text{ヨ}} \right), B \left(\frac{\boxed{\text{ラ}}}{\boxed{\text{リ}}}, \frac{\boxed{\text{ルレ}}}{\boxed{\text{ロ}}} \right)$$

である。

(2) 接点 A における円の接線の方程式は

$$y = x + \boxed{\text{ワ}}$$

である。また, 接点 B における円の接線の方程式は

$$y = \boxed{\text{ン}}x - \boxed{\text{あい}}$$

である。

(3) 直線 AB の方程式は

$$x + \boxed{\text{う}}y = \boxed{\text{え}}$$

であり, 直線 AB と点 P との距離は

$$\frac{\boxed{\text{お}} \sqrt{\boxed{\text{か}}}}{\boxed{\text{き}}}$$

である。

(4) $\triangle PAB$ の面積 S は

$$S = \frac{\boxed{\text{くけ}}}{\boxed{\text{こ}}}$$

である。

(以 上)

(計 算 用 紙)

問題選択に関する注意

問題	必答・選択
1	必答
2	必答
3	必答
選択1 (数学Ⅲ)	いずれか1問を選択
選択2 (数学Ⅲ以外)	

マークシート右上の記入欄に選択した問題の番号を記入し、その番号をマークすること。